EXERCICE N°1 — 5 points — 35 ' — CONTRÔLE 2017

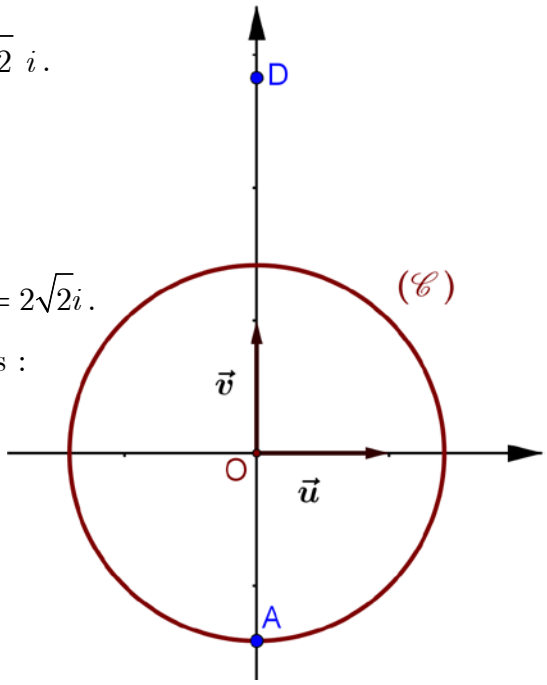
A) 1°) a) Justifier que $\left(\sqrt{2}\right)^3 = 2\sqrt{2}$.

b) Déterminer les racines cubiques du nombre complexe $2\sqrt{2}\ i$.

2°) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

Dans la figure ci-dessous :

- $\mathscr{C}$ est le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{2}$.
- A et D sont les points d'affixes respectives $z_A = -\sqrt{2}\ i$ et $z_D = 2\sqrt{2}i$.



a) Construire dans la figure les points B et C d'affixes respectives :

$z_B = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $z_C = \sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{6}}$.

b) Vérifier que $z_B = \dfrac{\sqrt{6}}{2} + i\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et que $z_C = -\dfrac{\sqrt{6}}{2} + i\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

c) Montrer que $\left(BC\right) \perp \left(AD\right)$.

d) Montrer que le quadrilatère $ABDC$ est un losange

B) Soit α un nombre complexe non nul. On désigne par M, N et P les points d'affixes respectives $z_M = \alpha$, $z_N = \alpha e^{i\frac{2\pi}{3}}$ et $z_P = \alpha e^{i\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}$.

1°) a) Calculer z_N^3 et z_P^3.

b) En déduire la nature du triangle MNP.

2°) Soit Q le point d'affixe $z_Q = \alpha^3$.

a) Montrer que : (le quadrilatère $MNQP$ est un losange) équivaut à $\left(\alpha^3 = -2\alpha\right)$.

b) Déterminer les valeurs de α pour que lesquelles $MNQP$ est losange.

EXERCICE N°2 — 5 points — 35 ' — PRINCIPALE 2018

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $\left(E\right) : z^2 - i\sqrt{3}\,z - 1 = 0$.

(On donnera les solutions sous forme exponentielle).

2°) Pour tout $z \in \mathbb{C}$, on pose $P\left(z\right) = 3z^4 - 7i\sqrt{3}\ z^3 - 18\,z^2 + 7i\sqrt{3}\,z + 3$.

a) Vérifier que $P\left(i\sqrt{3}\right) = 0$ et que $P\left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right) = 0$.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com

b) Montrer que pour tout nombre complexe non nul, $P\left(\dfrac{-1}{z}\right)=\dfrac{1}{z^4}\,P\left(z\right)$.

c) En déduire que les nombres $\dfrac{\sqrt{3}}{3}i$ et $e^{i\frac{2\pi}{3}}$ sont deux solutions de l'équation $P\left(z\right)=0$.

3°) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $e^{i\frac{\pi}{3}}$, $3e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $e^{i\frac{2\pi}{3}}$.

a) Construire les points A, B et C.

b) Construire le point D défini par $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}$ et donner son affixe sous la forme cartésienne.

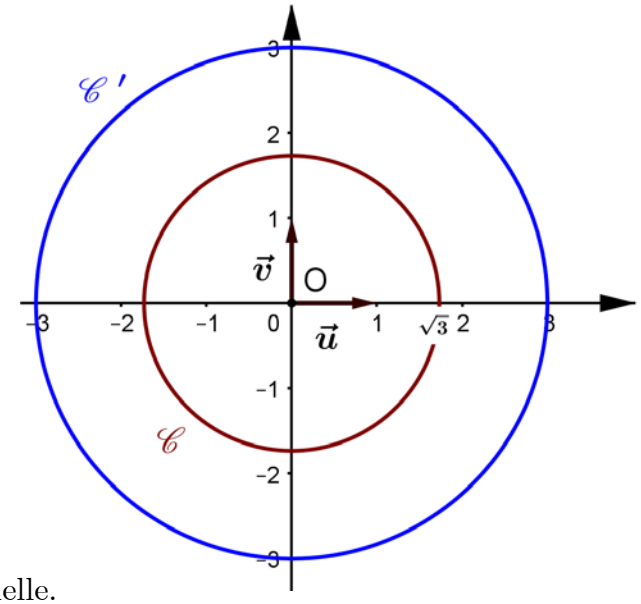
c) La parallèle à la droite $\left(BD\right)$ passant par A coupe la droite $\left(OD\right)$ au point E.

Déterminer l'affixe du point E.

EXERCICE N°3 — 4,5 points — 35 ' — CONTRÔLE 2018

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

Dans la figure ci-dessous, $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ sont deux cercles de même centre O et de rayons respectifs $\sqrt{3}$ et 3.



I– 1°) On considère le point P d'affixe $p=\sqrt{2}+i$.

a) Vérifier que le point P appartient à $\mathscr{C}$.

b) Construire le point P.

c) On désigne par α un argument du nombre p.

Donner l'écriture exponentielle de p.

2°) Soit Q le point du cercle $\mathscr{C}$ tel que :

$\left(\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OQ}\right)\equiv\ \alpha\ \left[2\pi\right]$. On note q l'affixe du point Q.

a) Donner une mesure de l'angle orienté $\left(\vec{u},\overrightarrow{OQ}\right)$.

b) Écrire le nombre complexe q sous forme exponentielle.

c) En déduire que $p^2=q$ puis que $q=1+2\sqrt{2}\ i$.

II– On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombre complexe, les équations :

$$\left(E\right):\ 16\,z^2-8\,z+9=0 \qquad \text{et} \qquad \left(E'\right):\ 16\,z^4-8\,z^2+9=0$$

1°) a) Montrer que les solutions de l'équation $\left(E\right)$ sont les nombres $\dfrac{q}{4}$ et $\dfrac{\overline{q}}{4}$.

b) En déduire les solutions de l'équations $\left(E'\right)$.

2°) a) Construire dans la figure ci-dessous les points images des solutions de $\left(E'\right)$.

b) Montrer que ces points sont les sommets d'un rectangle.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com